Quel nombre serait à préférer comme base de notre système de numération?

Par

T. N. Thiele.

(Communiqué dans la séance du 2 novembre 1888).

L'art du calcul a une telle importance non seulement pour les mathématiciens, mais aussi pour toutes les classes de la société, qu'il est d'un grand intérêt que la question de savoir si l'on a fait un heureux choix en prenant le nombre dix pour base de notre système de numération, reçoive une réponse claire et précise.

Nos contemporains ne sont certainement pas responsables de ce choix, décidé déjà dans l'antiquité par nos ancêtres, qui ont choisi les noms des nombres à une époque où ils ne savaient guère compter que sur les doigts. Les générations suivantes, bien que plus avancées, ne pouvaient cependant que poser la question, l'arithmétique étant encore dans son enfance, et, dans leur incertitude, elles ont été conduites à des systèmes irrégulièrement composés dont on a encore des exemples, notamment dans le calcul des nombres complexes (jours, heures, minutes, etc.). L'arithmétique moderne, qui aurait pu, il y a longtemps, répondre à notre question, a préféré, non sans des raisons bien graves, d'employer ses forces à introduire plus d'ordre systématique dans l'emploi des nombres et plus d'unité entre les nombres écrits et parlés, et, dans ce but, elle a dû, tant pour le calcul pratique que pour la plupart des noms des nombres, naturellement s'appuyer sur le système dont l'usage était le plus universel, c'est-à-dire sur le système décimal. Maintenant que ce système a été introduit dans presque tous les systèmes de monnaies et de mesures, il faut évidemment poursuivre partout ces réformes, car mieux vaut employer un seul système, même mauvais, d'une manière générale et rationnelle, qu'un mélange quelconque de systèmes différents.

Mais peut-être aurait-on mieux fait encore si, avant de monopoliser le système décimal, on en avait comparé les qualités avec celles d'autres systèmes. En tout cas, on doit du moins, en l'acceptant, savoir s'il est bon en soi ou s'il faut le considérer comme un mal nécessaire. Dans ce dernier cas, il doit avoir des conséquences malheureuses; mais dût-on même pour toujours renoncer à y remédier à fond, il importe cependant d'en connaître l'origine, l'étendue et les particularités afin de les adoucir autant que possible.

Notre question doit être envisagée à différents points de vue, mais tandis que quelques-uns s'imposent même à ceux qui se bornent à un examen tout superficiel, il en est d'autres non moins importants dont n'ont pas encore assez tenu compte les auteurs qui ont le mieux traité cette matière.

Il est naturel qu'on relève tout d'abord que les règles de la divisibilité des nombres dérivent de la divisibilité du nombre choisi pour base du système et de ses autres propriétés arithmétiques, et par suite que ces règles changent avec le choix de la base. Que la division par 3 et par 7 ne donne pas en général des fractions décimales finies, et que la règle de divisibilité par 7 soit trop compliquée, ce sont là des griefs bien connus contre le système décimal, mais qui ne tirent pas à conséquence. En effet aucun système ne peut donner de développements finis, si ce n'est pour un petit nombre de fractions, ni nous dispenser de recourir à des calculs approximatifs, et quant aux règles de divisibilité, le choix de la base ne saurait non plus satisfaire à toutes les exigences. Les avantages et les défauts se compensent plus ou moins dans tous les systèmes, mais ni les uns ni les autres n'ont grande importance. Le résultat le plus certain auquel on arrive en partant de ce point de vue, c'est que la base du système doit être un nombre pair, car le nombre deux se distingue de tous les autres par tant de propriétés remarquables, et figure si souvent comme diviseur dans les calculs théoriques et pratiques, que ce n'est pas impunément qu'on négligerait de le prendre pour diviseur de la base. Je dois néanmoins faire observer que j'ai fait assez de calculs dans le système de numération trinaire, pour m'assurer que les défauts de cette base ne sont pas aussi grands qu'on pourrait le croire, et qu'elle présente même quelques avantages, par exemple dans l'extraction des racines cubiques. Il est en outre évident que les grands nombres premiers ne sauraient convenir comme bases ni comme diviseurs de la base d'un système, mais je ne crois pas qu'on puisse décider si l'on doit préférer une base ayant pour diviseurs 3 ou 5 à côté de 2, ou une base renfermant quelque puissance de ces nombres premiers (par exemple, si 20 vaudrait mieux que 10, 12 ou 18 mieux que 6). Au point de vue de la théorie des nombres, il y aurait un grand avantage à prendre pour base une puissance d'un nombre premier; mais les développements finis des fractions seraient alors assez rares.

Si ces considérations devaient décider du choix d'une base, le système par six réunirait peut-être une majorité; toutefois, il est à prévoir qu'il y aurait une minorité considérable pour témoigner combien ont peu de valeur, sous ce rapport, les avantages que le meilleur des systèmes peut avoir sur ses concurrents.

Mais il y a bien autre chose à considérer, et beaucoup de calculateurs ne manqueront pas surtout de rappeler que les grandes bases ont sur les petites cet avantage, qu'on peut écrire le même nombre avec moins de chiffres et, par suite, que tous les calculs peuvent s'effectuer avec un nombre moins grand d'opérations.

C'est parfaitement exact. Si un nombre, dans le système a, s'écrit avec α chiffres et, dans le système b avec β chiffres, on aura en moyenne:

$$\alpha \log a = \beta \log b,$$

c'est-à-dire que le nombre des chiffres est en raison inverse des logarithmes des bases, et les logarithmes croissent, on le sait, avec les nombres.

Mais il faut aussitôt ajouter que les logarithmes croissent dans une proportion bien plus faible que les nombres, lorsque ceux-ci ne sont pas des plus petits. Pour écrire un nombre qui a six chiffres dans le système décimal, il faut employer dans

le système	par	2	de 17 à 20	chiffres
—	—	3	11 à 13	—
—	—	4	9 à 10	—
—	—	6	7 à 8	—
—	—	8	6 à 7	—
—	—	10	6	—
—	—	16	5	—
—	—	36	4	—
—	—	100	3	—
—	—	1000	2	—
—	—	1000000	1	—

L'avantage immédiat que présente l'emploi d'une grande base dans l'écriture des nombres doit donc être regardé comme un petit avantage facile à compenser.

Mais il est évident qu'il ne suffit pas ici de compter les chiffres; il faut aussi tenir compte de leur degré plus ou moins grand de simplicité. En recherchant si le système décimal peut être regardé comme avantageux, on n'est pas tenu de toujours en employer les chiffres conventionnels dans les autres systèmes. On doit pouvoir, pour chaque base, se servir du système de signes qui est le plus commode; or, comme le nombre de ces signes est représenté par la base elle-même, et que la difficulté de les écrire de manière qu'ils se distinguent facilement les uns des autres, et de les lire ensuite, croît évidemment avec leur nombre, cette difficulté se présente comme un produit de deux facteurs, dont l'un, nous l'avons vu, décroît faiblement, tandis que l'autre croît avec la base, et la réponse définitive dépend de la quantité dont ce facteur croît. Mais la réponse à faire n'est pas aussi simple que pour l'autre facteur.

La difficulté d'écrire chaque signe distinctement dépend non seulement de la grandeur de la base, mais aussi de sa divisibilité. Bien que je ne sois pas à même de déterminer la forme de cette dépendance, il me semble cependant évident que les inconvénients des grandes bases se manifestent surtout lorsque la base est un nombre premier; chaque divisibilité de la base doit pouvoir, d'une manière ou de l'autre, faciliter l'écriture et la lecture des nombres, et ne peut jamais nuire; car on pourrait autrement, en choisissant arbitrairement les signes, se placer dans les mêmes conditions que si l'on avait affaire à des nombres premiers.

S'il s'agissait seulement de copier des nombres déjà écrits, on pourrait prendre pour base des nombres premiers assez grands sans recourir à des signes trop compliqués; mais il faut comprendre ce qui est écrit et, par conséquent, on doit, à la seule vue d'un signe, savoir quel en est le rang et quelles sont les propriétés les plus simples du nombre. Or, d'après l'expérience que j'en ai faite, je dois douter qu'il soit humainement possible de prendre pour base un nombre premier plus grand que 30. J'ai en effet profité de la circonstance que l'alphabet nous offre une série de signes dont l'ordre est bien connu, pour essayer d'un système de numération à grande base; à l'aide de quelques suppléments pris dans des alphabets étrangers, j'ai formé des chiffres pour un système par 30, et fait une série de calculs dans ce système, sans me servir, pour me faciliter mon travail, de la divisibilité de cette base.

Cet essai m'a laissé l'impression que non seulement il est impossible, avec un pareil système, d'effectuer des calculs d'une manière indépendante — nous reviendrons plus loin sur cette question — mais aussi que l'écriture et la lecture des nombres deviennent extrêmement difficiles. Pour éviter les confusions, il faut que les signes soient écrits avec la plus grande précision, et la connaissance que, par leurs autres applications, on a acquise de leur ordre de succession, est tout à fait insuffisante pour pouvoir juger rapidement lequel de deux nombres est le plus grand. J'avais en outre toute la peine du monde à me rappeler les nombres qui étaient pairs ou divisibles par un des autres facteurs, 3, 5, 6, 10, 15, de la base, et me crois donc autorisé à affirmer, d'une part, que les difficultés, en ce qui concerne l'écriture et la lecture des nombres dans les systèmes à grande base, croissent avec une telle rapidité que la limite du possible va à peine jusqu'à la base 30, et, de l'autre, que l'avantage d'écrire les nombres avec moins de chiffres est bien plus que compensé par la difficulté de distinguer les uns des autres les nombreux chiffres d'un pareil système.

Quant à conclure de là que l'inconvénient inverse de devoir employer plus de chiffres pour écrire les nombres dans les systèmes ayant pour base un nombre premier plus petit que 10, serait compensé par la possibilité d'exprimer chaque chiffre par un signe plus simple que dans le système décimal, je ne crois pas pouvoir le faire, car il y a ici à tenir compte de certaines considérations secondaires. Il faut, par exemple, que toutes les places soient remplies et que les signes mal écrits puissent être corrigés avec précision; or, comme tous les signes, même les plus simples, doivent sauter aux yeux, les petites bases ne sauraient guère présenter de grands avantages pour l'écriture des nombres. Bien que j'aie fait beaucoup de calculs précisément dans des systèmes à base très petite, je ne puis cependant, relativement à cette question, mettre dans la balance les résultats de mes expériences, car, pour des raisons faciles à comprendre, je n'ai employé que des signes peu différents de ceux du système décimal, et n'ai ainsi obtenu d'autre avantage que de pouvoir écrire couramment les nombres composés.

Comme étant en étroite connexion avec ce qui précède, je rappellerai que la plupart des hommes ne peuvent, à première vue et sans les compter, juger que d'un très petit nombre d'objets. Je suis moi-même, par exemple, hors d'état, dans ces conditions, de juger d'un nombre renfermant 5 ou 6 unités, et je ne connais personne qui puisse distinguer entre 8 et 9 unités à moins, sans en avoir même conscience, de les compter d'une manière ou de l'autre. Aussi y a-t-il une grande différence dans le degré de clarté des idées qu'on se forme des nombres, même des petits. Ce n'est pas non plus une petite affaire de diviser à vue d'œil un intervalle en 10 parties égales, et même après un long exercice, j'ai la conscience que je commence toujours par une division préalable en deux ou en quatre parties. La circonstance que, dans les systèmes à très petite base, tous les signes simples correspondent à des nombres dont la signification est immédiatement claire pour la plupart d'entre nous, constitue pour ces systèmes un avantage qui peut bien compenser l'emploi d'un plus grand nombre de signes.

S'il est difficile de juger des avantages que présentent pour l'écriture des nombres les systèmes qui ont pour base un grand nombre premier, il l'est encore davantage de se prononcer sur ceux qui peuvent résulter de la divisibilité de la base. Mais ils ne sauraient être bien grands si l'on en juge, d'une part, par le système décimal, où les chiffres indiens ont été pendant si longtemps en usage, bien qu'on n'ait par eux tiré aucun avantage de la divisibilité de 10 par 2 et 5, et, de l'autre, par la circonstance que les grands défauts des chiffres romains n'ont pu être compensés par l'avantage que la divisibilité et les restes de la division par 5 ressortent clairement dans ces chiffres.

Par contre, on voit clairement quelle est la conséquence du choix d'une puissance pour base d'un système de numération. Si, par exemple, les chiffres de notre système décimal avaient été choisis aussi heureusement que possible, on saurait en même temps quelle est la meilleure manière d'écrire les nombres dans les systèmes par cent ou par mille, à savoir en groupant deux par deux ou trois par trois les chiffres du système décimal. Il serait alors assez indifférent d'écrire les nombres dans des systèmes par telle ou telle puissance de la base, l'avantage obtenu par l'emploi d'un nombre moins grand de chiffres étant compensé exactement par la gêne d'avoir à écrire chacun des signes composés de ces systèmes. Les écarts de cette règle se réduiraient sans doute, d'une part, à la nécessité de remplir quelques places vides avec le signe 0, et, de l'autre, à la possibilité d'apporter quelque simplification dans les signes composés qu'on emploie, ce qui aurait surtout de l'importance pour un système par puissance d'une très petite base.

Toutefois, le résultat auquel nous sommes arrivé jusqu'à présent se borne en somme à ceci, que, en dehors des grands nombres premiers et des nombres impairs, qui évidemment sont impossibles comme bases, c'est seulement dans des points secondaires que le choix de la base fait quelque différence, et cela soit qu'on considère les propriétés arithmétiques ou la facilité à écrire et à lire les nombres. Mais nous n'avons pas encore abordé le point capital, et n'avons encore obtenu d'autre résultat que le droit de faire abstraction d'une série de considérations qu'on a souvent cherché à faire valoir, mais, comme nous l'avons montré, avec peu de raison.

Nous posons maintenant ces deux questions: d'après quel système de numération est-il le plus facile d'apprendre à calculer et surtout de pratiquer l'art du calcul dans sa forme approximative? Le système décimal peut-il être considéré comme satisfaisant sous ces deux rapports?

L'enseignement du calcul comprend non seulement une partie mathématique qui est commune à toutes les bases, mais aussi une partie qui doit être apprise par cœur, à savoir les tables d'addition et de multiplication. Pour apprendre la table d'addition et la petite table de multiplication dans le système à base a, il faut s'approprier respectivement $\frac{a(a-1)}{2}$ et $\frac{(a-1)(a-2)}{2}$ résultats, sans compter les propositions générales sur les propriétés particulières de 0 et de 1, c'est donc $(a-1)^2$ résultats qu'on doit se graver dans la mémoire. Par conséquent

Le système par la base la plus petite possible, 2, demande seulement qu'on se rappelle une chose, à savoir que $1+1$ s'écrit 10.

Le système par 3 en demande 4

$$1+1=2, \quad 1+2=10, \quad 2+2=11 \quad \text{et} \quad 2\times 2=11.$$

Le système par 4 en demande 9

$$\begin{array}{llll} 1+1=2, & 1+2=3, & 1+3=10 & 2\times 2=10, \quad 2\times 3=12 \\ & 2+2=10, & 2+3=11 & \qquad\qquad\quad\; 3\times 3=21 \\ & & 3+3=12 & \end{array}$$

Le système	par 6	en demande	25
—	décimal	—	81
—	par 16	—	225

Et, quant au travail de la mémoire, il ne suffit pas d'acquérir une connaissance approximative et de pouvoir répondre après un moment de réflexion, mais il faut se rendre complètement maître de la matière, de façon à avoir en tout temps et sans jamais se tromper la réponse prête, car autrement il est impossible de calculer d'une manière utile en ayant confiance dans l'exactitude des résultats.

Le nombre des résultats particuliers qu'on doit se rappeler croît beaucoup plus rapidement que les bases elles-mêmes; mais ce nombre même ne peut en aucune façon donner la mesure de la difficulté du travail d'appropriation, car, pour chaque nouveau résultat particulier, cette difficulté est déterminée par le nombre de ceux qu'on s'est déjà appropriés, et qui tous doivent être indépendants de ce dernier; c'est pourquoi il convient plutôt de prendre pour cette mesure le carré du nombre des résultats particuliers. Mais ce qu'on a appris, il faut le fixer par un exercice qui doit être continué jusqu'à ce que chaque résultat particulier se soit présenté assez souvent pour se graver dans la mémoire, et ce travail est d'autant plus long que la base choisie exige la connaissance d'un plus grand nombre de ces résultats. D'après cela on doit admettre, deux bases étant données, que les difficultés qu'elles présentent pour le travail d'appropriation sont entre elles dans un rapport plus grand que le rapport de leurs quatrièmes puissances, mais plus petit que celui de leurs sixièmes puissances, et qui, par conséquent, correspond à peu près à celui de leurs cinquièmes puissances.

En comparaison avec le système décimal, l'exercice du calcul dans le système binaire ne coûterait donc aucune peine; dans le système par quatre, il exigerait un centième du travail, dans le système par six, un treizième, et dans le système par seize, dix fois autant de travail qu'il en coûte pour apprendre les tables connues du système décimal. L'expérience que j'ai faite de ces systèmes s'accorde bien avec cette évaluation. Il faut en outre se rappeler que ce travail ne se borne pas à une première appropriation, mais que, pour conserver la pratique qu'on a acquise, il est nécessaire de s'exercer souvent, surtout après les périodes pendant lesquelles on a peu calculé.

Mais l'important est de savoir si la mémoire humaine est assez forte pour porter le fardeau du système décimal. Il pourrait être extrêmement intéressant d'avoir des renseignements statistiques sur le temps, assurément assez long, qu'on emploie à apprendre à chaque homme les tables du système décimal, comme aussi de savoir combien s'oublie vite une partie essentielle de ce qu'on a appris. Grande sans doute est la différence dans les dispositions des divers individus pour le calcul. Il y en a quelques-uns, malheureusement trop peu nombreux, pour qui le système décimal est comme un jeu. Mais il n'existe guère de grande société où la majorité possède pleinement la pratique élémentaire du calcul; la plupart ont bien appris une fois les tables, mais faute de s'exercer suffisamment, surtout dans la table de multiplication, ils l'oublient et s'aident comme ils peuvent de l'addition et de la soustraction. Même dans la minorité, qui conserve une certaine habitude de la multiplication, il y en a certainement un bien grand nombre pour qui c'est toute une affaire d'entreprendre de simples multiplications et divisions, et qui ne le font qu'à contre-cœur, avec difficulté et méfiance. Je ne crois pas que personne veuille soutenir que le système décimal ait réussi à devenir la propriété commune de la partie civilisée de l'humanité. Ce système s'approche beaucoup trop de la limite de ce que la mémoire humaine peut s'approprier et retenir.

Veut-on que l'art du calcul devienne familier à chaque homme non seulement dans une de ses parties, mais dans son ensemble, il faut remplacer dix par une base plus petite, comme l'a sans doute le premier demandé M. O. Lehmann, professeur au gymnase de Leipzig. Il a surtout recommandé le système par six et publié sur cette question, en 1870—1873, une série de petits écrits, entre autres un recueil étendu de tables d'après ce système. Sa proposition peut certainement soulever plusieurs critiques; par exemple, les signes qu'il a choisis, loin d'être les meilleurs possible, sont même plus compliqués et plus faciles à confondre que les signes indiens du système décimal. Il a cependant raison sur un point principal, à savoir qu'il y aurait un grand avantage à substituer le système par six au système décimal. Mais, dans son enthousiasme exagéré pour son système, il a pour ainsi dire complètement oublié de rechercher s'il n'y aurait pas d'autres systèmes encore meilleurs que le système par six.

Après avoir reconnu, par des essais avec le système par trente, que les petites bases sont préférables aux grandes, j'ai, sur les indications de M. Lehmann, appris le système par six et m'y suis exercé assez longtemps pour en reconnaître les avantages sur le système décimal; mais, après avoir essayé le système par quatre, je l'ai complètement mis de côté et en ai oublié les tables. Bien que les tables du système par six soient bien plus faciles à apprendre que celles du système décimal, elles demandent cependant un certain exercice pour ne pas être oubliées. Avec le système binaire, il n'y a pour de bonnes raisons rien à oublier, et dans le système par quatre, il y a bien quelque chose à apprendre, mais c'est si peu de chose que je doute fort que quelqu'un, après avoir consacré un quart-d'heure à en apprendre les tables, et quelques heures à faire des multiplications et des divisions pour s'exercer à calculer dans ce système, puisse en oublier les tables.

Je dois faire observer, en recommandant un pareil essai, que chacun peut le faire sans craindre que sa facilité à calculer dans le système décimal n'en souffre le moins du monde, ni qu'il n'en vienne à confondre les deux systèmes l'un avec l'autre. Naturellement, on ne doit pas écrire les chiffres tout à fait de la même manière dans les deux systèmes, mais il suffit qu'on puisse, quelque temps après l'exécution, reconnaître d'après quel système un calcul a été fait. Je me suis borné à écrire couramment les chiffres du système par quatre, et à distinguer les deux chiffres pairs des deux impairs en faisant les premiers plus courts que les seconds. S'il était question d'une véritable réforme, on choisirait sans doute des signes plus simples et plus indépendants, de même aussi que d'autres noms de nombres, tandis que je me suis servi des anciens noms jusqu'à quinze.

Comme but de mes travaux dans le système par quatre, je me suis proposé de calculer les tables des fonctions les plus nécessaires, et je puis montrer:

1) Une table de réduction des angles du système mixte décimal et sexagésimal dans le système par 4;

2) Une table des nombres réciproques, avec seize chiffres et des arguments de 1000 à 2000;

3) Une table de multiplication pour des facteurs de trois chiffres;

4) Une table des carrés jusqu'à 20000^2, $(512)^2$;

5) Une table d'antilogarithmes d'après le système de Prytz, avec neuf chiffres et des arguments de quatre chiffres;

6) Dito, avec seize chiffres et des arguments de 4 chiffres, et comme table auxiliaire:

7) Une table des logarithmes de $1 + \frac{1}{y}$, avec $\log y$ pour argument, depuis $\log y = 3 \cdot 3$ jusqu'à l'infini;

8) Une table de logarithmes de vingt chiffres, avec un argument de trois chiffres;

9) Une table de logarithmes de seize chiffres, avec des différences;

10) Une table des sinus, avec douze chiffres et un argument de quatre chiffres;

11) Une table de sinus de vingt-quatre chiffres, avec un argument de trois chiffres, et

12) Une table des puissances de 3 et du double de ces puissances, proposée comme exercice de calcul en écrivant couramment de gauche à droite.

Toutes ces tables, je les ai calculées directement dans le système par quatre, non seulement pour m'exercer dans ce calcul, mais parce que je me suis vite aperçu qu'il était beaucoup plus facile d'opérer ainsi que de transformer les tables construites dans le système décimal.

Quoique j'aie fait tous ces calculs dans le système par quatre exclusivement dans mes moments de loisir et pendant les vacances, je crois cependant pouvoir calculer aussi vite et aussi sûrement dans ce système que dans le système décimal, avec cette différence toutefois que, n'ayant pas à ma disposition des tables volumineuses permettant de faire des interpolations de tête, je n'ai pas acquis cette grande facilité pour les multiplications à laquelle on n'arrive guère autrement.

Je n'ai pas eu l'occasion de mettre en pratique le système par huit. Quant au système binaire, son emploi dépendra beaucoup d'un heureux choix de ses deux chiffres; mes essais dans ce but ont échoué, parce que je n'ai pas réussi à trouver de signes qu'on pût, en cas d'erreur dans le calcul, corriger sans les gratter. Mais si l'on voulait opérer avec la machine à calcul, le système binaire l'emporterait sur tous les autres, car la difficulté des opérations avec la machine croît avec la somme des chiffres, qui est bien moindre dans le système binaire que dans tout autre.

Si l'on se place exclusivement au point de vue des difficultés à surmonter pour apprendre à calculer, le système décimal doit être absolument condamné et remplacé aussitôt que possible par le système par quatre, qui, en tout cas, a sur le système par six l'avantage de pouvoir être pratiqué à côté du système décimal, et dont les rapports avec le système binaire sont tels qu'il est extrêmement facile de passer de l'un à l'autre. Vis-à-vis de tous ces systèmes de numération, le système décimal se présente comme étant la seule cause de cet enseignement si difficile du calcul qui a tourmenté et continuera à tourmenter nos enfants, sans aboutir, dans la plupart des cas, à d'autre résultat qu'une pratique suffisante de l'addition et de la soustraction, tandis que la multiplication et la division s'oublient plus ou moins, faute de l'exercice constant que le système décimal exige à un bien plus haut degré que les autres systèmes. Il forme ainsi un triste contraste avec ce principe démocratique que les institutions sociales doivent favoriser également tout le monde, et non pas seulement de petites minorités.

Faut-il donc croire que le système décimal favorise en revanche l'aristocratie des calculateurs? Le petit nombre de ceux qui sont doués des facultés relativement grandes qu'exige ce système, acquièrent-ils dans le calcul une habileté telle qu'ils ne puissent calculer aussi bien ou encore mieux dans d'autres systèmes? Nous avons vu que le nombre des chiffres ou des signes qu'on emploie pour écrire chaque nombre diminue avec la grandeur de la base; nous devons maintenant ajouter qu'en même temps diminue le nombre des petites opérations dont tout grand calcul se compose, et en supposant qu'on sache parfaitement les tables, le temps et le travail qu'exigent les grands calculs diminuent également ainsi que le danger de commettre des erreurs. Pour les additions et les soustractions, le rapport est, comme pour l'écriture des nombres, à peu près en raison inverse des logarithmes des bases; pour les multiplications et les divisions, le rapport devient plus favorable aux grandes bases et est à peu près en raison inverse des carrés des logarithmes des bases. Le système décimal a donc sur le système par quatre un avantage qui, pour les additions, a pour expression le rapport 5 : 3 et, pour les multiplications, presque le rapport 3 : 1. Le plus habile calculateur, il est vrai, ne pourrait pas calculer aussi vite ni aussi sûrement avec les grands chiffres (7, 8, 9) qu'avec les petits (1, 2, 3); mais cette différence en faveur du système par quatre ne compense certainement pas l'autre, et tous les bons calculateurs seront d'accord pour préférer les grandes bases aux petites.

Oui, ils désirent en vérité sérieusement que 10 puisse être remplacé par une base plus grande. Le système par seize, par exemple, ferait gagner 20 % pour l'addition et 44 % pour la multiplication. Cependant, comme il semble être clair qu'une base doit être fixée, on pourrait croire que démocrates et aristocrates, ici comme ailleurs, défendront chacun si bien leur cause que ce qui existe continuera à exister indéfiniment.

Mais en examinant de plus près comment procède l'aristocratie des calculateurs, on arrive à un tout autre résultat. Il y a une énorme différence entre les petits et les grands membres de cette aristocratie, et il est possible, avec beaucoup d'exercice, de faire des progrès surprenants. Comme étudiant, j'étais fort affligé et découragé en remarquant que le professeur d'Arrest calculait toujours deux fois plus vite et plus sûrement que moi, et cela ne me consolait guère d'apprendre qu'il connaissait un homme dont l'habileté était avec la sienne dans le même rapport que la sienne avec la mienne. Plus tard, j'ai fait quelques progrès et vu des choses encore plus étonnantes, et il y a maintenant un de mes élèves qui a sur moi un avantage encore plus grand, car on peut bien dire de lui qu'il a échangé le système décimal pour le système centésimal. Peu de personnes calculent aussi bien avec un chiffre à la fois que lui avec deux. Additionner des nombres de deux chiffres n'est pas bien difficile, mais peu nombreux sont ceux qui peuvent sans hésitation multiplier un nombre de deux chiffres par un chiffre et, à plus forte raison, par un nombre de deux chiffres. Les bons calculateurs ne se contentent pas du système décimal, mais s'efforcent constamment, malgré toutes les difficultés, d'atteindre les hauts degrés de l'échelle 10, 10^2, 10^3 .... et, quelque élevés que soient ces degrés, il y en a cependant un grand nombre qui font, en quelque sorte, un usage journalier du système par mille à l'aide des grandes tables de Crelle, qui vont jusqu'à mille fois mille. L'avantage est grand même pour les calculateurs ordinaires, bien qu'on perde beaucoup de temps à feuilleter ce gros volume. L'aristocratie des calculateurs sait donc fort bien comment se procurer les grandes bases dont elle a besoin, mais est gênée par la difficulté de l'exécution. Et elle ne se plaint pas que le système décimal ne soit pas assez grand, mais seulement qu'il faille monter si haut pour atteindre les degrés suivants de l'échelle en question.

Avec le système par six, beaucoup de calculateurs pourraient multiplier un nombre d'un chiffre par un nombre de deux chiffres, et les plus habiles passer facilement de là au système par trente-six.

Si le peuple était en possession du système par quatre, toutes les bonnes écoles amèneraient insensiblement leurs élèves à multiplier un nombre d'un chiffre par un nombre de deux chiffres, ce qui correspond à l'usage du système par huit. Tout calculateur exercé calculerait aisément dans le système par seize, quelques-uns même dans celui par soixante-quatre, l'exercice d'un système servant de préparation pour passer à un autre plus élevé, et chacun pourrait ainsi, par des degrés presque insensibles, trouver le système le mieux approprié à ses facultés et à ses besoins.

Les bons calculateurs ne défendront pas non plus le système décimal, car s'il n'est pas suffisamment grand en soi, il est cependant trop grand pour que ses puissances puissent être d'un usage bien commode. La base même la plus petite, deux, ne manque pas de puissances plus grandes que dix, et, dans la série de ses puissances, parmi lesquelles quatre et seize auraient sans doute la plus grande importance dans la pratique, cette base présente dans sa souplesse une supériorité qui fait défaut chez toutes les autres.

Quelle est l'importance d'un développement graduel pour acquérir petit à petit une habileté de plus en plus grande, c'est ce que tout homme de science, tout sportsman doit savoir. L'art du calculateur tient à la fois de l'un et de l'autre. Le développement en est entravé également à tous les degrés, les plus bas comme les plus élevés, par un mal fondamental commun — le système décimal.

Je ne demande pas qu'on me croie sur parole; rien, au contraire, ne me sera plus agréable que de trouver beaucoup de contradicteurs disposés à étudier eux-mêmes la question. Ils ne tarderont pas à découvrir dans les systèmes si souples à base 2^n une série de beautés que je n'ai pu mentionner ici, et cela dans les grandes comme dans les petites choses; oui, ne fût-ce même que dans l'art si simple de compter sur les doigts, art qui, d'après l'origine du système décimal, semblerait devoir être son ferme rempart, la question leur apparaîtra sous une tout autre face, s'ils font seulement glisser le pouce le long de chacun des autres doigts en comptant dans les systèmes par quatre et par seize.

Je désire naturellement une réforme, mais ne crois pas qu'elle soit possible. Après les preuves que j'ai vues de la force des idées conservatrices, je doute fort que non seulement nos contemporains, mais aussi nos descendants, osent jamais entreprendre d'échanger notre mauvais système de numération contre un bon. Les difficultés ne sont pas petites, et elles doivent paraître immenses à ceux qui souffrent le plus de l'état de choses actuel, et qui auraient le plus à gagner à un changement, c'est-à-dire aux hommes peu instruits. Mais même sans réforme aucune, il importe qu'on sache bien que tout n'est pas bon dans ce que nous avons hérité d'un passé lointain.

Les tables, mentionnées plus haut, que j'ai construites d'après le système par quatre, se trouvent en manuscrit dans la bibliothèque de l'Observatoire de Copenhague. Comme je ne suis pas sûr que les chiffres que j'y ai employés soient adoptés par d'autres, je n'ai pas cru devoir les faire imprimer, mais elles sont à la disposition de tous ceux qui désireront en prendre une copie.